LA NUMÉRATION À TRAVERS LE TEMPS ET LA PLANÈTE

I - L'Égypte antique

a. Le système de numération de l'Égypte antique

Les Égyptiens avaient très peu de signes (hiéroglyphes) pour compter :

𓏺 : représente 1

𓎆 : représente 10

𓍢 : représente 100

𓆼 : représente 1000

𓂭 : représente 10000

𓆐 : représente 100000

𓁨 : représente 1000000

Leur système est dit « additif », comme les grecs et les romains : on « additionne les signes » pour obtenir le nombre désiré. Par exemple, que représente :

𓆼𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

Écrivez en égyptien : 2008, 37612, 354.

b. L'addition égyptienne

Calculez : 𓆐𓆐𓆐𓆐𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 + 𓁨𓁨𓁨𓆐𓆐𓂭𓂭𓆼𓆼𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺
puis lisez-le en français.
Inventez d'autres additions et faites-les calculer à votre voisin.

c. La multiplication égyptienne

Ce système n'est pas très pratique pour multiplier les nombres. Les Égyptiens utilisaient une table contenant une série de nombres :

𓏺	𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺𓏺	𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺	𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺	𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺	𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺	𓍢𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺	𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

Par exemple, pour multiplier 235 par 53, ils écrivaient :

𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺 = 𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺 + 𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 + 𓏺𓏺𓏺𓏺 + 𓏺 .
Ensuite ils dessinaient le tableau suivant :

✗	|	𓍢𓍢∩∩∩|||||
	||	𓍢𓍢𓍢𓍢∩∩∩∩∩∩∩
✗	||||	𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢∩∩∩∩
	||||||||	𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢∩∩∩∩∩∩∩∩
✗	∩||||||	𓆼𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢∩∩∩∩∩∩
✗	∩∩∩||	𓆼𓆼𓆼𓆼𓆼𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢∩∩

Ensuite, il suffit d'additionner les cases marquées d'un ✗. Pouvez-vous dire pourquoi ? Posez d'autres multiplication à votre voisin.
Est-ce un moyen très efficace de multiplier ?

d. La division égyptienne

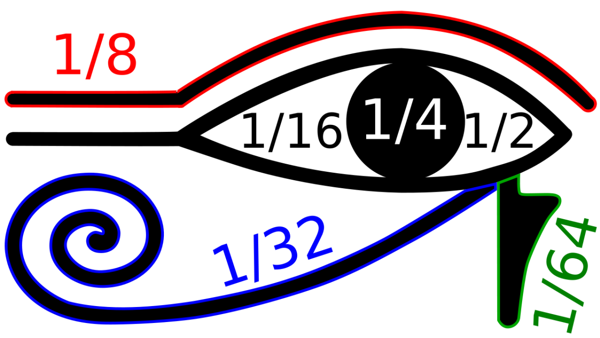
Observez la division posée de 65 par 5 :

	∩∩∩∩∩∩|||||	|||||
✗	|	|||||
	||	∩
✗	||||	∩∩
✗	||||||||	∩∩∩∩

Expliquez la méthode et proposez des divisions à votre voisin (pas trop compliquées...).

e. les fractions égyptiennes

D'après la religion égyptienne, le dieu Horus (à tête de Faucon) se battit contre son oncle Seth. Au cours du combat, Seth arracha un œil à Horus, le coupa en six et jeta les morceaux à travers l'Égypte. Le dieu Toth (à tête d'ibis) se chargea de récupérer les morceaux et de les rassembler pour former le schéma suivant :



Y a-t-il un problème ?
Les fractions avec dénominateur 64 étaient utilisées pour mesurer les volumes.
Les Égyptiens utilisaient d'autres fractions, mais toujours avec un numérateur égal à 1 en écrivant les dénominateurs sous une sorte d'œil.

Tout ça est un peu compliqué...

II - Numération de « La Belle Hélène »

Plus tard, de l'autre côté de la Méditerranée, les Grecs avaient adopté un système du même type :
- 2 se note II
- 5 se note Π
- 9 se note ΠIIII
- 17 se note ΔΠII
- 43 se note ΔΔΔΔIII
- 438 se note HHHHΔΔΔΠIII
- 782 se note 𐅅HH𐅄ΔΔΔII
- 1997 se note X𐅅HHHH𐅄ΔΔΔΔΠII
- 6284 se note 𐅆XHH𐅄ΔΔΔIIII

Arrivez-vous à en percer le secret ? À quel autre système cela vous fait-il penser ?
Calchas a gagné 286 mines au jeu de l'oie : écrivez ce nombre… à la manière de Calchas.
Écrivez votre date de naissance en Athénien.
Proposez des nombres à vos voisins.

III - Babylone

a. La numération babylonienne

Tout à côté de l'Égypte, à la même époque à Babylone, apparut un autre système de numération. La forme d'abord était différente car les Babyloniens utilisaient des tablettes et des poinçons au lieu de papyrus et de pinceaux. Il y avait principalement deux caractères : 𒁹 et 𒌋 .
Pour compter jusqu'à 59, le système fonctionne comme en Égypte et plus tard en Grèce et à Rome : on ajoute la valeurs des signes écrits. Ainsi 𒌋 𒈫 correspond à 12, 𒐏 𒐍 à 48.
Lisez les nombres suivants : 𒌍 𒐍 ; 𒐐 𒐈 ; 𒎙 𒐎 .
Proposez d'autres exemples à vos voisins.

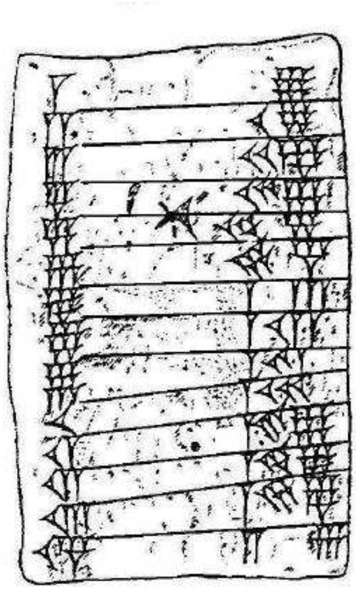
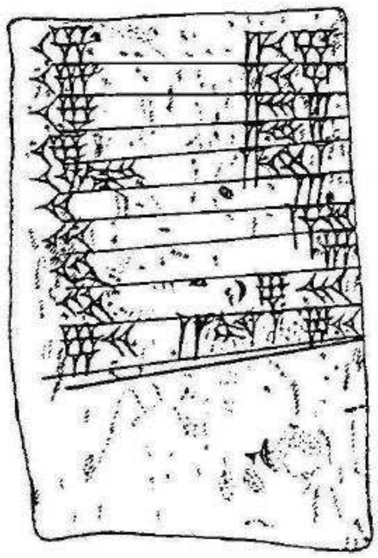
À partir de 60, la numération ressemble plus à la nôtre car elle devient « positionnelle » : en effet, la valeur d'un signe dépend de sa position par rapport aux autres.
Ainsi, 63 s'écrit 𒁹 𒐈 , c'est-à-dire 1 fois 60 plus 3 fois 1.
De même, 𒐈 𒎙 𒐈 correspond à $3 \times 60 + 23 = 203$
Enfin 𒈫 𒌋 𒐎 𒌍 𒐊 correspond à 2 soixantaines de soixantaines + 19 soixantaines +35, c'est-à-dire ?

Proposez d'autres nombres à vos voisins.

Que pensez-vous de cette opération : 𒌋 𒐊 + 𒐏 𒐊 = 𒁹 ?
Et de celle-ci : 𒈫 × 𒁹 𒌍 = 𒐈 ?
Est-ce que ça ne vous rappelle pas quelque chose ?

b. Multiplication et division babyloniennes

Nous n'explorerons pas ces opérations car elles sont un peu compliquées à comprendre en CM2. Sachez tout de même que les petits Babyloniens devaient apprendre beaucoup de tables de multiplications qui ressemblaient à ce « cahier » d'écolier : de quelle table s'agit-il ?

IV - Les Mayas

a. Numération

Les Mayas ont vécu en Amérique centrale depuis la nuit des temps jusqu'à la conquête espagnole. Ils ont été parmi les premiers (si ce n'est les premiers) à utiliser un zéro à partir du IVᵉ siècle après JC, 1100 ans avant les Européens ! Leur système de numération était totalement « positionnel » est ressemble donc au nôtre mais leur nombre de « base » était vingt au lieu de dix pour nous (peut-être parce qu'ils n'avaient pas oublié leurs dix doigts de pied...).

Essayez de décrire leur système de numération sachant que : 6 s'écrit | 𝋦 |, 13 s'écrit | 𝋭 |, 24 s'écrit | 𝋡 𝋤 |, 30 s'écrit | 𝋡 𝋪 |, 65 s'écrit | 𝋣 𝋥 |, 232 s'écrit | 𝋫 𝋬 |, 400 s'écrit | 𝋡 𝋠 𝋠 |, 512 s'écrit | 𝋡 𝋥 𝋬 |, 8600 s'écrit | 𝋡 𝋡 𝋪 𝋠 |.

Proposez des nombres à écrire à vos voisins.

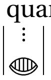
b. Parlons yucatèque

Hun : | 𝋡 |	Ca : | 𝋢 |	Ox : | 𝋣 |	Can : | 𝋤 |	Ho : | 𝋥 |
Uac : | 𝋦 |	Uuc : | 𝋧 |	Uaxac : | 𝋨 |	Bolon : | 𝋩 |	Lahun : | 𝋪 |
Buluc : | 𝋫 |	Lahca : | 𝋬 |	Oxlahun : | 𝋭 |	Canlahun : | 𝋮 |	Holhun : | 𝋯 |
Uaclahun : | 𝋰 |	Uuclahun : | 𝋱 |	Uaxaclahun : | 𝋲 |	Bolonlahun : | 𝋳 |	Hunkal : | 𝋡 𝋠 |
Huntukal : | 𝋡 𝋡 |	Catukal : | 𝋡 𝋢 |	Oxtukal : | 𝋡 𝋣 |	Cantukal : | 𝋡 𝋤 |	Hotukal : | 𝋡 𝋥 |
Cakal : | 𝋢 𝋠 |	Huntuyoxkal : | 𝋢 𝋡 |	Catuyoxkal : | 𝋢 𝋢 |	Oxtuyoxkal : | 𝋢 𝋣 |	Cantuyoxkal : | 𝋢 𝋤 |

c. La « cinquième opération »

Regardons comment s'écrit 35 : *holhucakal*. On peutle décomposer en ho.lahun ti+u-ca-KAL ce qui se traduit mot à mot par : « 15 vers 2^e^vingt ».

Ces formes font apparaître la spécificité des numérations mayas parlées précolombiennes, à savoir que les Mayas disposaient d'une opération que nous ne connaissons pas dans notre arithmétique. Une opération qui donne le résultat 35 quand on la fait porter sur les arguments 15 et 40 (ca-KAL est aussi le nom de quarante).

Appelons-la « mayation » : que donne la mayation de | ı | et || ? de | ·||| | et || ? Proposez d'autres opérations à vos voisins.

V - La numération sino-japonaise

a. Un peu d'Histoire

La numération que nous allons découvrir est née en Chine... il y a très longtemps, sûrement à la même époque qu'en Égypte. Cependant, bien avant tout les autres, ils ont adopté un système en base 10 tout à fait similaire à celui que nous utilisons actuellement. Ils ont ainsi découvert bien avant nous bon nombre de résultats grâce à leur numération « moderne ».

Les Grecs, quant à eux, ne disposant que d'un système fort peu pratique, se sont plutôt concentré sur la géométrie. Ce n'est qu'au XV^e^que les barrières religieuses et d'usage ont été levées en Europe pour enfin adopter une numération décimale entre temps modernisée par les Indiens puis les Arabes à la suite des Chinois.

Il existe deux grands système de numération en Chine. Nous étudierons le plus ancien afin de mieux comprendre notre propre système. Le deuxième est trop proche du nôtre (en utilisant des bâtons) pour nous permettre une approche différente.

b. Comptons

Essayez de deviner comment on écrit les nombres en Chine et au Japon à partir des éléments suivants :

- 7 s'écrit 七
- 20 s'écrit 二十
- 24 s'écrit 二十四
- 26 s'écrit 二十六
- 40 s'écrit 四十
- 75 s'écrit 七十五
- 11 s'écrit 十一
- 98 s'écrit 九十八
- 308 s'écrit 三百八au Japon et 三百〇八en Chine
- 3008 s'écrit 三千八au Japon et 三千〇八en Chine
- 30008 s'écrit 三万八au Japon et 三万〇八en Chine
- 0,3 s'écrit 三割
- 0,03 s'écrit 三分
- 0,003 s'écrit 三厘

Proposez des nombres à vos voisins.

Que pensez-vous de ce calcul :

八千二百五十+ 七千五十四= 一万五千三百四

et de celui-ci :

八* 一十二= 九十六

ou encore de celui-là :

一百二十八/ 四= 三十二

VI - La numération... des ordinateurs

Peut-être savez-vous que les ordinateurs parlent en « binaire » : voyons ce que cela veut dire.

Par exemple, comptons de zéro à six en binaire :

0 - 1 - 10 - 11 - 100 - 101 - 110

Continuez à compter en binaire jusqu'à douze ?

Que pensez-vous de cette phrase :

« Le monde se sépare en 10 catégories : ceux qui comprennent cette phrase et les autres... »

VII - Le code bibinaire

Boby LAPOINTE, célèbre chanteur français, était aussi mathématicien à ses heures. Ayant trouvé le code binaire trop compliqué à utiliser, il inventa le code… bibinaire (il y a un jeu de mot caché). Il suffit de remplacer les chiffres par des lettres. On commence par couper le nombre écrit en binaire en paquets de 2. S'il y a un nombre impair de chiffres, on rajoute un zéro à gauche, ce qui ne modifie pas la valeur de nombre (expliquez pourquoi). On commence par le premier groupe de deux chiffres le plus à gauche. On remplace 00 par O, 01 par A, 10 par E, 11 par I.
Puis on prend le paquet de deux chiffres suivants en se déplaçant de gauche à droite. On remplace 00 par H, 01 par B, 10 par K, 11 par D.
Pour le paquet suivant, on recommence avec les voyelles. S'il y a encore un groupe, on remplace par une consonne, etc.

1. Écrivez les nombres de 0 à 31 en bibinaire.
2. Récitez la table de multiplication par HI en bibinaire.
3. Quelle est la base du bibinaire ?
4. Pour les curieux : écrivez 1177 en bibinaire.
5. Écrivez KEKIDIBIBI en numération décimale et également KEBOKADO.
6. Pour les très curieux : quel est le plus grand nombre qu'on peut écrire avec six lettres en bibinaire ?

VIII - La numération des Mickeys

Vous savez que Mickey n'a que quatre doigts à chaque main. Il ne dispose donc que de huit chiffres, de zéro jusqu'à sept…
Mickey aime pédaler : combien a-t-il de vélos dans son garage ?
🚲🚲🚲🚲🚲🚲🚲🚲🚲🚲🚲🚲
Mickey aime jouer au football : combien a-t-il de ballons dans son garage ?
⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽⚽

IX - Notion de base

a. Les bases à travers les âges

Il est temps de dresser un petit bilan de toutes ces activités : dans chacune des numérations étudiées précisez
– quelle est la base utilisé ?
– est-ce que la position des « chiffres » est importante ?
– quelle est l'opération qui permet d'obtenir la valeur du nombre à partir de son écriture ?
Effectuez maintenant la multiplication par 10 puis par 100 des nombres suivants dans chacune des numérations :
– le nombre de vos doigts de pieds et de main ;
– votre année de naissance ;
– le nombre d'habitants de Rezé.
Faites de même avec une multiplication par 2, puis avec une multiplication par 20 et enfin par 60.
Quels commentaires cela vous inspire-t-il ?

b. Les billets de banque

Regardez un billet de 20 euros. Il comporte un numéro… en face du Portugal.

Il y a en fait une lettre et onze chiffres. On remplace la lettre par son rang dans l'alphabet. Ici, U est la 21$^{\text{e}}$lettre. Donc le numéro est en fait

$$2\,119\,586\,900\,453$$

. Il faut savoir que les numéros des billets conçus par la Banque de France ont un reste dans la division par 9 toujours égal à 8. Vérifiez le sur ce billet. Connaissez-vous un moyen de le vérifier rapidement ? Sauriez-vous le prouver ?
Regardez cet autre billet :

Que vous inspire-t-il ?

X - Les nombres non-entiers

1. Écrivez 308 ; 30,8 ; 3,08 ; 0,308 en japonais et de même avec 38 ; 3,8 ; 0,38 ; 0,038 ;
2. Lisez puis écrivez ces mêmes nombres avec « nos chiffres à nous » sans utiliser de virgule : comment faire ?
3. Effectuez les calculs suivants « en japonais » :
   – *3 virgule 15 plus 3 virgule 5*
   – *3 virgule zéro quatre plus 3 virgule zéro six*
4. Remplissez le tableau suivant :

Nombre	Chiffre des unités	Nombre d'unités	nombre entier d'unités	chiffres des centaines	Nombre de centaines	Nombre entier de centaines	chiffres des dixièmes	Nombre de dixièmes	Nombre entier de dixièmes
543,5									
908,72									
7665,093									
20,45									
40000									

5. Et celui-ci :

$5,42$	$5+\frac{4}{10}+\frac{2}{100}$	$\frac{542}{100}$	$5+\frac{42}{100}$	cinq unités et quarante-deux centièmes
$4,518$				
	$16+\frac{7}{100}+\frac{3}{1000}$			
		$\frac{324}{100}$		
				douze millièmes

XI - Les mesures de masse anglo-saxonnes

L'unité de base anglaise pour mesurer les masses est la livre « *pound* » dont l'abréviation est en toute logique anglaise **lb**...

Une livre correspond *environ* à 453,49g. Pour des mesures plus fines, on utilise l'once « *ounce* » (**oz**) qui vaut $\frac{1}{16}$lb et le dram (**dr**) qui vaut $\frac{1}{16}$oz.

Pour des mesures plus importantes, on utilise les pierres « *stone* » (**st**) sachant que 1st= 14lb.

Combien pesez-vous ?

Vous pesez votre panier rempli de pommes et la balance indique $2\frac{3}{8}$ lb : qu'est-ce que ça signifie ?

Et si vous trouvez $3\frac{5}{16}$ oz de diamant dans votre jardin ?

XII - Des nombres que la calculatrice n'aime pas...

Si vous tapez $\boxed{1}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{3}$ sur votre calculatrice, vous obtenez 0,333333333. Si j'utilise un ordinateur avec un logiciel de calcul adapté, j'obtiens :

```
0.333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333
```

Qu'est-ce que vous en pensez ?

Vous savez aussi que la longueur d'un cercle de diamètre 1cm vaut πcm. Certaines calculatrices ont une touche $\boxed{\pi}$. On obtient à l'écran 3,141592654. Avec un logiciel de calcul, on obtient

```
3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998
6280348253421170679821480865132823066470938446095505822317253594081284811174502841027019385
2110555964462294895493038196442881097566593344612847564823378678316527120190914564856692346
0348610454326648213393607260249141273724587006606315588174881520920962829254091715364367892
5903600113305305488204665213841469519415116094330572703657595919530921861173819326117931051
1854807446237996274956735188575272489122793818301194912983367336244065664308602139494639522
4737190702179860943702770539217176293176752384674818467669405132000568127145263560827785771
3427577896091736371787214684409012249534301465495853710507922796892589235420199561121290219
6086403441815981362977477130996051870721134999999837297804995105973173281609631859502445945
5346908302642522308253344685035261931188171010003137838752886587533208381420617177669147303
5982534904287554687311595628638823537875937519577818577805321712268066130019278766111959092
1642019893809525720106548586327886593615338182796823030195203530185296899577362259941389124
9721775283479131515574857242454150695950829533116861727855889075098381754637464939319255060
4009277016711390098488240128583616035637076601047101819429555961989467678374494482553797747
```

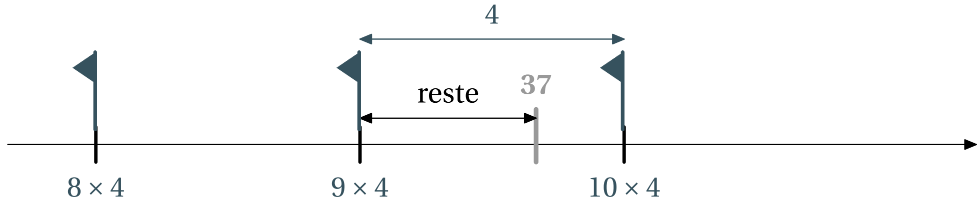
2684710404753464620804668425906949129331367702898915210475216205696602405803815019351125338
2430035587640247496473263914199272604269922796782354781636009341721641219924586315030286182
9745557067498385054945885869269956909272107975093029553211653449872027559602364806654991198
8183479775356636980742654252786255181841757467289097777279380008164706001614524919217321721
47723501414419735685481613611573525521334757418494684385233239073941433334547762416862518983
5694855620992192221842725502542568876717904946016534668049886272327917860857843838279679766
81454100953883786360950680064225125205117392984896084128488862694560424196528502221066118630
6744278622039194945047123713786960956364371917287467764657573962413890865832645995813390478
0275900994657640789512694683983525957098258226205224894077267194782684826014769909026401363
9443745530506820349625245174939965143142980919065925093722169646151570985838741059788595977
2975498930161753928468138268683868942774155991855925245953959431049972524680845987273644695
8486538367362226260991246080512438843904512441365497627807977156914359977001296160894416948
6855584840635342207222582848864815845602850601684273945226746767889525213852254995466672782
3986456596116354886230577456498035593634568174324112515076069479451096596094025228879710893
1456691368672287489405601015033086179286809208747609178249385890097149096759852613655497818
9312978482168299894872265880485756401427047755513237964145152374623436454285844479526586782
1051141354735739523113427166102135969536231442952484937187110145765403590279934403742007310
5785390621983874478084784896833214457138687519435064302184531910484810053706146806749192781
9119793995206141966342875444064374512371819217999839101591956181467514269123974894090718649
4231961567945208095146550225231603881930142093762137855956638937787083039069792077346722182
5625996615014215030680384477345492026054146659252014974428507325186660021324340881907104863
3173464965145390579626856100550810665879699816357473638405257145910289706414011097120628043
9039759515677157700420337869936007230558763176359421873125147120532928191826186125867321579
1984148488291644706095752706957220917567116722910981690915280173506712748583222871835209353
9657251210835791513698820914442100675103346711031412671113699086585163983150197016515116851
7143765761835155650884909989859982387345528331635507647918535893226185489632132933089857064
2046752590709154814165498594616371802709819943099244889575712828905923233260972997120844335
7326548938239119325974636673058360414281388303203824903758985243744170291327656180937734440
3070746921120191302033038019762110110044929321516084244485963766983895228684783123552658213
1449576857262433441893039686426243410773226978028073189154411010446823252716201052652272111
6603966655730925471105578537634668206531098965269186205647693125705863566201855810072936065
9876486117910453348850346113657686753249441668039626579787718556084552965412665408530614344
4318586769751456614068007002378776591344017127494704205622305389945613140711270004078547332
6993908145466464588079727082668306343285878569830523580893306575740679545716377525420211495
5761581400250126228594130216471550979259230990796547376125517656751357517829666454779174501
1299614890304639947132962107340437518957359614589019389713111790429782856475032031986915140
2870808599048010941214722131794764777262241425485454033215718530614228813758504306332175182
9798662237172159160771669254748738986654949450114654062843366393790039769265672146385306736
0965712091807638327166416274888800786925602902284721040317211860820419000422966171196377921
3375751149595015660496318629472654736425230817703675159067350235072835405670403867435136222
2477158915049530984448933309634087807693259939780541934144737744184263129860809988868741326
Qu’en pensez-vous ?

XIII - Famille de nombres

Comment classer les nombres que l’on connaît en CM2 ?

XIV - La division euclidienne

Que vous inspire ce dessin :



et celui-ci :

$$
\begin{array}{rr|l}
- & 3\,7 & 4 \\ \cline{3-3}
 & 3\,6 & 9 \\ \cline{2-2}
 & 1 &
\end{array}
$$

Références

BECCARI, Claudio: The CB Greek fonts. ⟨URL: \url{http://www.ctan.org/tex-archive/help/Catalogue/entries/cbgreek.htm%l}⟩

COUSQUER, É: Histoire du concept de nombre. ⟨URL: \url{mediamaths.fr/pdf/egypte.pdf}⟩

IREM, De Nantes: Enseigner les mathématiques autrement en sixième. IREM, 1997, 21–37

OLIVE, Xavier: LaTeX en japonais. ⟨URL: \url{http://www.xoolive.org/blog/2007/07/02/latex-en-japonais/}⟩

PISKA, Karel: Fonts for Neo-Assyrian Cuneiform. ⟨URL: \url{http://www-hep.fzu.cz/~piska/cuneiform.html}⟩

SOUDER, Dominique: Sortons des sentiers battus. PLOT, Premier trimestre 2008, 10

Wikipedia: Numération. ⟨URL: \url{http://fr.wikipedia.org/wiki/Numeration}⟩