Fonction liée à une configuration plane

Activité II

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en A avec $AB = AC = 10\,\text{cm}$. P étant un point **mobile** du segment $[AB]$, les points M et Q sont tels que $APMQ$ est un rectangle avec M sur le quart de cercle $\widehat{CAB}$ de centre A.

1) Dessiner une figure et placer les points M et Q pour 4 positions de P.

2) Quand P décrit le segment $[AB]$, M décrit ....

3) On note x la longueur AP : $AP = x$;
P décrit $[AB]$ ssi x décrit ....

4) Pour $x = 1$, l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle $APMQ$ est .... à 10^{-1} près.
Pour $x = 2$, l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle $APMQ$ est .... à 10^{-1} près.
Pour $x = 7$, l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle $APMQ$ est .... à 10^{-1} près.

Notation 1
On remarque que lorsque x varie l'aire $\mathcal{A}$ varie aussi.
On dit que :

$\mathcal{A}$ .... de x

Et l'on note :

$\mathcal{A}$ .... la valeur de $\mathcal{A}$ pour $x = 1$
$\mathcal{A}$ .... la valeur de $\mathcal{A}$ pour $x = 2$
$\mathcal{A}$ .... la valeur de $\mathcal{A}$ pour x.

Ainsi :

$\mathcal{A}(1) \simeq$ .... ; $\mathcal{A}(2) \simeq$ .... ; $\mathcal{A}(7) \simeq$ ....

On peut calculer $\mathcal{A}(x)$ pour $x \in$ .... et l'on dit alors que :

$\mathcal{A}$ est .... *sur* ....

5) Compléter le tableau suivant à 10^{-1} près (sauf pour la dernière colonne) :

$x =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	x
$\mathcal{A}(x) =$										

Notation 2
Pour $x \in]0; 10[$ **l'expression de $\mathcal{A}$ en fonction de** x est :

$\mathcal{A}(x) =$ ....

6) En examinant le tableau, on peut **conjecturer**[1] qu'il existe une valeur m de x qui rend $\mathcal{A}(x)$ plus grande que toutes les autres :

...... $\leq m \leq$ ....

[1]**Une conjecture** est une opinion fondée sur une hypothèse ou une supposition ou un soupçon ou des probalités.

Notation 3
On dit que $\mathcal{A}(x)$ admet un .... en $x = m$ qui vaut environ............

7) En examinant la figure dessinée au 1) et le tableau du 5) on constate que :
– lorsque x croit de 0 à m alors $\mathcal{A}(x)$ ....

$$ie \quad 0 < x_1 < x_2 < m \Longrightarrow \mathcal{A}(x_1) \ldots\ldots \mathcal{A}(x_2)$$

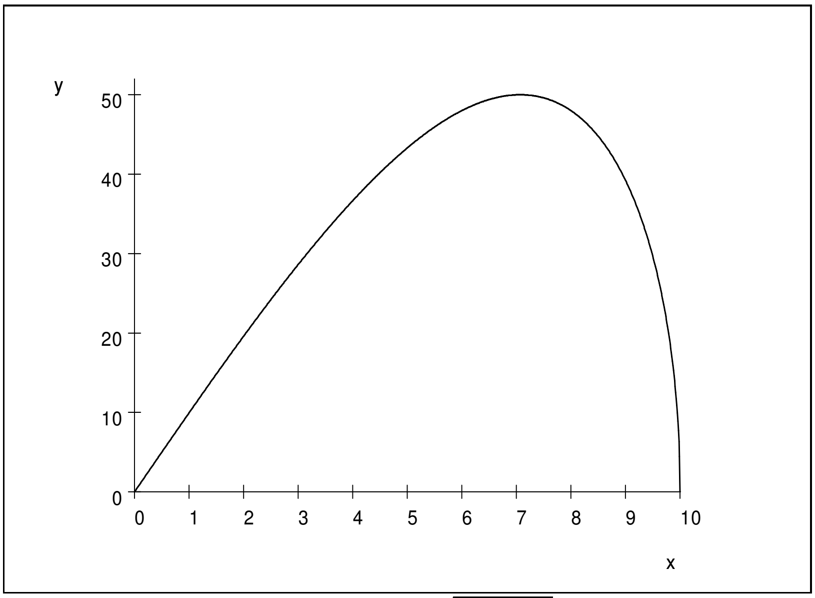
Notation 4
On dit que la fonction $\mathcal{A}$ est ....sur...............;

– lorsque x croit de m à 10 alors $\mathcal{A}(x)$ ....

$$ie \quad m < x_1 < x_2 < 10 \Longrightarrow \mathcal{A}(x_1) \ldots\ldots \mathcal{A}(x_2)$$

Notation 5
On dit que la fonction $\mathcal{A}$ est ....sur................

8) **a)** Le graphique ci-dessous représente la courbe d'équation $y = x\sqrt{100 - x^2}$; expliquer par une phrase comment le tracer à la main.



Graphe de $y = x\sqrt{100 - x^2}$.

b) Utiliser votre calculatrice pour obtenir le même graphique et noter les principales étapes que vous avez effectué pour l'obtenir.

c) En vous aidant du graphique, déterminer, approximativement, deux valeurs de x pour lesquelles $\mathcal{A}(x) = 30$.

Notation 6
On dit que les **antécédents** de 30 sont ....
et inversement les nombres....................................ont pour **images** 30.

d) Utiliser votre calculatrice pour obtenir le tableau du 5) et noter les principales étapes que vous avez effectué pour l'obtenir.

e) Utiliser un tableau plus précis pour obtenir, avec votre calculatrice, une aproximation à 10^{-3} près de l'antécédent a de m.

f) Utiliser votre calculatrice pour obtenir la solution exacte de a puis calculer (à la main) $\mathcal{A}(a)$