

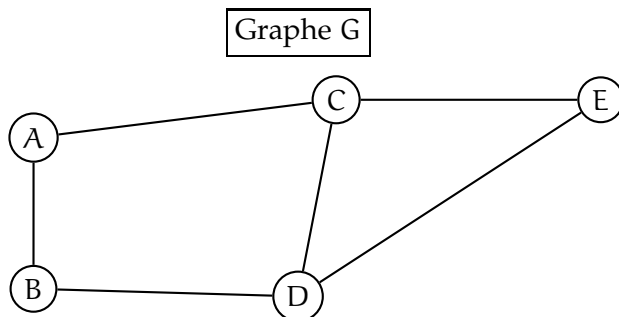
EXERCICE 2

5 points

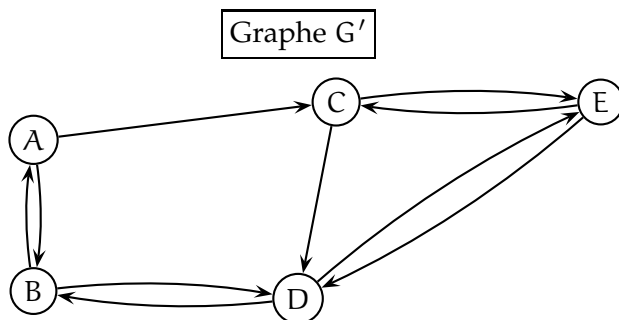
Exercice pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. Dans un parc, il y a cinq bancs reliés entre eux par des allées.

On modélise les bancs par les sommets A, B, C, D, E et les allées par les arêtes du graphe G ci-dessous :



- a. Quel est l'ordre du graphe G ?
- b. Le graphe G est-il complet ? Justifier la réponse.
- c. Le graphe G est-il connexe ? Justifier la réponse.
- d. Est-il possible de parcourir toutes les allées de ce parc sans passer deux fois par la même allée ?
2. Un marché de Noël est organisée dans le parc, les bancs sont remplacés par des stands. Comme le nombre de visiteurs risque d'être important, on décide d'instaurer un plan de circulation : certaines allées deviennent à sens unique, d'autres restent à double sens. Par exemple la circulation dans l'allée située entre les stands A et B pourra se faire de A vers B et de B vers A, alors que la circulation dans l'allée située entre les stands A et C ne pourra se faire que de A vers C. Le graphe G' ci-dessous modélise cette nouvelle situation :



- a. Donner la matrice M associée au graphe G' (on rangera les sommets par ordre alphabétique).
- b. En utilisant votre calculatrice, calculer et donner la matrice M^3 .
Combien y a-t-il de chemins de longueur 3 permettant de se rendre du sommet C au sommet E ?

Les donner tous.

- c. On donne $M^5 = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 6 & 6 & 9 \\ 6 & 2 & 5 & 14 & 5 \\ 4 & 5 & 5 & 11 & 7 \\ 1 & 10 & 5 & 6 & 10 \\ 4 & 5 & 6 & 11 & 6 \end{pmatrix}$.

Montrer qu'il existe un seul cycle de longueur 5 passant par le sommet A.

Quel est ce cycle ?

En est-il de même pour le sommet C ?