IRIS 2 – devoir en classe n° 2

Jeudi 9 janvier 2014

Pour tout le devoir, e désigne le signal échelon unité discret causal défini pour tout entier n par $e(n) = 0$ si $n < 0$ et $e(n) = 1$ si $n \geqslant 0$.

EXERCICE 1 – recherches d'images et d'originaux

1. Déterminer les transformées en $\mathcal{Z}$ (dont on admet l'existence) X_1, X_2, X_3, X_4 des signaux discrets définis sur $\mathbb{N}$ par :

$$x_1(n) = n^2, \qquad x_2(n) = (-4)^n, \qquad x_3(n) = (-4)^{n-2}\, e(n-2), \qquad x_4(n) = n^2 \times (-4)^n.$$

2. Déterminer les signaux discrets y_1, y_2, y_3, y_4 définis sur $\mathbb{N}$ dont les transformées en $\mathcal{Z}$ sont :

$$(\mathcal{Z}y_1)(z) = \frac{z}{(z-1)^2}, \qquad (\mathcal{Z}y_2)(z) = \frac{z}{5z-6}, \qquad (\mathcal{Z}y_3)(z) = \frac{1}{5z-6}, \qquad (\mathcal{Z}y_4)(z) = \frac{z}{(2z+1)^2}.$$

EXERCICE 2 – calcul du terme général d'une suite récurrente

On considère le signal discret causal x qui vérifie $x(0) = 2$, $x(1) = 5$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$:

$$x(n+2) = 2x(n) - x(n+1).$$

1. Calculer $x(2)$, $x(3)$ et $x(4)$.
2. On admet que le signal x possède une transformée en $\mathcal{Z}$, notée X, définie pour tout nombre complexe z tel que $|z| > 2$.
   a. Déterminer, en fonction de X les transformées des signaux discrets $n \longmapsto u(n) = x(n+1)$ et $n \longmapsto v(n) = x(n+2)$.
   b. Démontrer que, pour tout nombre complexe z tel que $|z| > 2$, $X(z) = \dfrac{2z^2 + 7z}{z^2 + z - 2}$.
3. Vérifier que, pour tout nombre complexe z vérifiant $|z| > 2$, on a :

$$X(z) = \frac{3z}{z-1} - \frac{z}{z+2}.$$

4. Déduire de ce qui précède l'expression de $x(n)$ en fonction de l'entier naturel n.
5. Retrouver les valeurs de $x(2)$, $x(3)$ et $x(4)$.